نزول افق کا گمشدہ فارمولہ

(الف) ہم اور آپ ۲۹ رویں تاریخ کو ماہ رمضان یا ماہ عید کی رویت ہلال کے لیے افق کے جانب نگاہ کرتے ہیں پھر بھی ہلال نظر نہیں آتا تو ہم اپنے کوٹھے کی چھت یا اور کسی بلند مقام پر جا کر ہلال دیکھنے کی کوشش کرتے ہیں جس سے پتہ چلتا ہے کہ ہم اور آپ بھی یہ جانتے ہیں کہ سطح ارض سے کسی بلند مقام پر جا کر افق کی جانب نظر کرنے سے نگاہ افق حقیقی سے اور نیچے ہو کر گزرتی ہے۔ ایسی صورت میں جس مقام سے نظر گزرتی ہے اسے ''افق مرئی'' کہتے ہیں۔

(ب) کوہ الموڑہ سے نواب دولہا صاحب کی خواہش کے مطابق امام احمد رضا قادری نے سحری وافطار کے نقشے بھیجے اور یہ بھی الگ پرچہ میں تحریر فرمادی کہ یہ حساب ہموار زمین ہے کا ہے پہاڑ پر فرق پڑے گا...... جب تک یہ نہ معلوم نہ ہو کہ وہ جگہ کس قدر بلند ہے جواب نہیں ہوسکتا۔ (خلاصہ عبارت فتاویٰ رضویہ جلد چہارم، ص: ۶۴۸)

الموڑہ سے جواب آیا جس کا خلاصہ یہ ہے کہ ارتفاع پیما آلہ سے معلوم کیا گیا تو پتہ چلا کہ نواب صاحب کی کوٹھی سطح آب سے پانچ ہزار پانچ سوفٹ بلند ہے (ص: ۶۴۹)، تو بریلی سے جواب روانہ کیا گیا کہ ۵۵۰۰ فٹ بلندی پر میں نے حساب کیا تو افق ایک درجہ ۱۹ دقیقہ ۱۰ ثانیہ گرا۔ (ص: ۶۵۰)

(ج) (ا) عناصر اربعہ کے کرّوں میں سے کرۂ ارض اور کرۂ ماء دونوں کثیف ہیں (۲) پانی کا کرہ زمین کے کرہ کے تین ربع ۳/۴ حصہ کو محیط ہے۔ (۳) پانی کے کرّہ کی سطح زمین کے کرہ کی سطح کی بہ نسبت بہت زیادہ مستوی اور ہموار ہے۔ اس لیے ان دونوں کروں کے مجموعہ کو بعض حالات میں (مثلاً مسئلہ افق میں) ایک ہی کرہ تسلیم کیا جاتا ہے۔ چونکہ کثیف شے شعاعوں کے لیے حاجت ہوتی ہے اس لیے ان دونوں کروں کا مجموعہ ہماری شعاع بصری کے لیے غایت درجہ حاجب بن جاتی ہے

یہی وجہ ہے کہ جب اس مجموعہ مرکب کرّہ کا کوئی حصہ ہماری نظروں کے سامنے ہوتو اس کے پیچھے واقع ہونے والی چیزوں کو ہم نہیں دیکھ سکتے۔ان ہی حالات کے پیش نظر ماہرین فن نے افق کے حساب و کتاب کو سمندر کی سطح سے وابستہ کردیا ہے۔

اسی طرح دونوں کرّوں کے مجموعہ کو ایک ہی کرّہ ماننے کی وجہ سے کسی مقام کی اونچائی اور پستی کا حساب بھی سطح سمندر ہی سے معلوم کیا جاتا ہے مثلاً ایورسٹ کی چوٹی، وادی کشمیر میں واقع پہاڑوں کی چوٹیاں، نینی تال، رانی کھیت، الموڑہ، مسوری، دارجلنگ کی مختلف چوٹیوں کی اونچائیاں بھی سطح سمندر ہی سے بلندی کے اعتبار سے مانی جاتی ہے۔

(د) افق کا اجمالی مفہوم یہ ہے کہ جس دائرہ کو افق مانا جاتا ہے اس سے اوپر کرۂ عالم کا جو حصہ ہے وہ ظاہر اور مرئی ہو اور جو حصہ اس کے نیچے واقع ہو وہ خفی اور غیر مرئی ہو۔علم ہیئت میں کرۂ عالم کے مرئی اور غیر مرئی ہونے کے اعتبار سے افق کی تین قسمیں بیان کی گئی ہیں (۱) افق حقیقی، (۲) افق حسی، (۳) افق مرئی۔اسی کو بعض کتابوں میں ''افق ترسی'' بھی لکھا گیا ہے۔

ذیل میں ایک شکل درج کی جاتی ہے اسے بغور دیکھیں تو مندرجہ بالا مضمون واضح ہو جائے گا۔ سب سے بڑا دائرہ کرۂ عالم کی نمائندگی کرتا ہے۔دوسرا چھوٹا دائرہ سطح سمندر کا نمائندہ ہے۔سمندر کے کرہ سے گزرتا ہوا وہ خط جو کرۂ عالم کو دو برابر حصوں (یعنی فوقانی اور تحتانی) میں تقسیم کرتا ہے مثلاً خط ز، ح، وہ افق حقیقی ہے اس افق حقیقی کے متوازی (بجانب فوق) سطح سمندر کو مماس کرتا ہوا خط افق حسی ہے مثلاً خط ج، ہ، اس افق حسی کے متوازی کسی بلند مقام (مثلاً کسی پہاڑی) پر کھینچا ہوا خط مثلاً خط ا، ب، ایک فرضی خط ہے جسے ہم نے اپنے مطلوب کے اثبات کے لیے کھینچا ہے۔اسے آپ افق فرضی بھی کہہ سکتے ہیں۔اس افق فرضی کے بائیں کنارے سے یعنی نقطہ ب سے کھینچا ہوا وہ ترچھا خط جو افق حسی کو کاٹتے ہوئے سطح کو مس کرتے ہوئے آگے افق حقیقی کو کاٹتے ہوئے نقطہ ط پر کرّہ عالم سے ملتا ہے اس نقطہ سے ایک خط افق حقیقی کے متوازی کھینچا ہوا ہے مثلاً خط ط، ی، وہ افقِ مرئی ہے اور یہ ترچھا خط جو پہاڑی کے حصۂ بالا یعنی نقطہ ب سے چل کر کرۂ ماء کو مس کرتے ہوئے کرۂ عالم کے نقطہ

ط تک پہنچا ہے مثلاً خط ب، ط وہ اس آدمی شعاع بصری ہے جو اس بلند مقام یعنی نقطہ ب سے افق کی طرف دیکھ رہا ہو۔ مرکز سے کھینچا ہوا وہ نصف قطر جو شعاع بصری اور کرہ کے نقطہ تماس تک پہنچا ہے مثلاً خط م، و، وہ نقطہ تماس کی دونوں جانب زاویہ قائمہ بناتا ہے۔ افق حقیقی اور افق مرئی کے مابین کرہ عالم کی جو قوس واقع ہے مثلاً قوس ز، ط، وہی قوس افق حقیقی کے نیچے مرئی کے اتار کی مقدار ہے۔ آگے ہم براہان ہندی سے معلوم کریں گے کہ یہ قوس کتنی ڈگری کی ہے۔

مثلث : ب، و، م میں جو زاویہ نقطہ تماس والا پر بنا ہے اس زاویہ تماس اور مرکز عالم پر جو زاویہ ہے وہ مرکزی زاویہ اور پہاڑ کی بلندی پر جو زاویہ ہے اسے ارتقائی زاویہ کہئے۔ نقطہ تماس والا زاویہ قائمہ ہے باقی حادّے ہیں۔ ذرا غور کیجیے جس طرح مرکزی زاویہ ارتقائی زاویہ کا متمم ہے اسی طرح خط فرضی اور شعاع بصری سے بنا ہوا زاویہ (جو فرضی زاویہ ہے) بھی ارتقائی زاویہ کا متمم ہے اس لیے آنے والے ضابطہ ۳/ کے پیشِ نظر مرکزی زاویہ اور شعاع بصری اور خط فرضی کا زاویہ باہم برابر ہیں۔

یہاں چند ضابطے لکھے جاتے ہیں جسے علم ہندسہ میں ثابت کیا گیا ہے۔

ضابطہ اولی (۱) اگر چند خطوط متوازیہ کو کوئی خط کاٹتے ہوئے گزرے تو خط قاطع اور خطوط مقطوعہ کے مابین پیدا ہونے والے زاویے بھی متناظرہ اور باہم برابر ہوں گے۔

ضابطہ ثانیہ (۲) اگر کسی کرہ کو مس کرتا ہوا کوئی خط گزرے تو یہ خط مماس اور مرکز کرہ سے نکلنے والا وہ نصف قطر جو نقطۂ تماس تک پہنچے گا، ان دونوں کے باہم ملاقات سے دونوں پہلو میں برابر زاویے اور دونوں ہی قائمہ پیدا ہوں گے۔

ضابطہ ثالثہ (۳) اگر کسی ایک زاویہ کے الگ الگ دو متمم ہوں تو یہ دونوں متمم باہم برابر ہوں گے۔ یہاں مقصود دو امر ہے (۱) زاویہ اول ز، ل، ط، یہ نزول آفاق کا زاویہ ہے (۲) اور یہ مرکزی زاویہ کے برابر ہے۔

طریقۂ اثبات : ضابطہ اولی سے ثابت ہے کہ خطوط متوازیہ اور شعاع بصری کے باہم تقاطع

سے جتنے زاویے پیدا ہوئے ہیں وہ سبھی متناظرہ اور برابر ہیں اور ضابطہ ثانیہ سے یہ معلوم ہے کہ یہ مثلث قائم الزاویہ ہے جس کے باقی دونوں زاویے حادّے ہیں اور زاویہ مرکزیہ زاویہ ارتفاعیہ کا متمم ہے اور یہ بات تو ظاہر ہے کہ زاویہ ارتفاعیہ کے پہلو پر بنا ہوا زاویہ فرضیہ بھی زاویہ ارتفاعیہ کا متمم ہے لہٰذا ضابطہ ثالثہ سے یہ ثابت ہوا کہ زاویہ مرکزیہ اور زاویہ فرضیہ دونوں باہم برابر ہیں۔ تو یہ معلوم ہوا کہ زاویہ مرکزیہ بھی زاویہ متناظرہ کے برابر ہے۔ لہٰذا یہ ثابت ہوا کہ زاویہ مرکزیہ کی مقدار زاویہ نزول افق کے برابر ہے۔

علم مثلث میں ثابت ہے کہ مثلث قائم الزاویہ میں سے کسی بھی زاویہ حادہ کی مقدار معلوم کرنے کے لیے اس حادہ کے قاعدہ کو وتر سے تقسیم کریں، حاصل قسمت اس زاویہ کی جیب التمام ہوگی اور پھر برعکس کارگزاری کے ذریعہ اس جیب التمام کا زاویہ معلوم کرلیں۔ اس طرح ہمیں یہ معلوم ہو جائے گا کہ زاویہ نزول افق کی مقدار کیا ہے۔

اس مثلث میں مرکز عالم سے پہاڑ کی بلندی تک پہنچنے والا خط وتر ہے اور مرکزی زاویہ سے نقطہ تماس تک پہنچنے والا نصف قطر اس مرکزی زاویہ کا قاعدہ ہے لہٰذا قاعدہ/وتر = مرکزی زاویہ کا جیب التمام ہے۔ برعکس کارگزاری کے ذریعہ ہم معلوم کرسکتے ہیں کہ اس جیب التمام کا زاویہ کتنا بڑا ہے۔

ہم ذیل میں کچھ مقررات پیش کرتے ہیں اور اس کی روشنی میں کرۂ ماء کے نصف قطر معدل کو مختلف پیمانوں کے اعتبار سے مختلف جنسوں میں تحویل کرکے اس کا معادلہ قلم بند کرتے ہیں تاکہ محاسب بہ آسانی یہ معلوم کرسکے کہ اگر مقامی ارتفاع اتنا ہو تو افق کا اتار کتنا ہوگا؟

نوٹ:- محاسب کو چاہیے کہ بوقت عمل مقامی ارتفاع پیمانوں کے جس جنس میں ہے نصف قطر کو بھی اسی جنس میں تحویل کردہ معادلہ سے حساب کرے۔

(۱) مبادی ار میل = ۵۲۸۰ فٹ = ۳۵۲۰ ذراع = ۱۷۶۰ ارگز اور ارگز ۳ رفٹ ہے۔

(۲) نصف قطر معدل ۳۹۵۶٫۵۴۳ میل نصف قطر معدل ۶۳۶۷٫۴۳۸۷۳۸ کلومیٹر

" " " ۶۹۶۳۵۱۵٫۶۸ گز " " " " ۱۳۹۲۷۰۳۱٫۳۶ ذراع

// // // ۲۰۸۹۰۵۴۷٫۰۴ فٹ

(۳)ایورسٹ کی چوٹی ۸۸۴۸ میل ایورسٹ کی چوٹی ۸٫۸۴۸ کلومیٹر

// // // ۵٫۴۹۷۸۹۲۳۰۹ میل // // // ۲۹۰۲۸٫۸۷۱۳۹ فٹ

ہم یہاں ایورسٹ کی چوٹی کا حساب کرتے ہیں کہ وہاں کے لیے افق حقیقی سے افر مرئی کا اتار کتنا ہوا۔ نصف قطر معدل ۶۳۶۷٫۴۳۸۷۳۸ کلومیٹر + ایورسٹ کی چوٹی کی اونچائی ۸٫۸۴۸ کلومیٹر = مجموعہ نصف قطر معدل اور ارتفاع ایوسٹ ۶۳۷۶٫۲۸۶۷۳۸ نصف قطر معدل/نصف قطر معدل + ارتفاع ایورسٹ = کوسائن ۰٫۹۹۸۶۱۲۳۵۸ = زاویہ ۴۸٫۷-۱-۳

تو نتیجہ نکلا کہ ایورسٹ کی چوٹی کے لیے افق حقیقی سے افق مرئی کا اتار ۴۸٫۷-۱-۳ ہے۔

فتاوٰی رضویہ کا حساب -

نصف قطر معدل ۲۰۸۹۰۵۴۷٫۰۴ فٹ + کوہ الموڑہ کی اونچائی ۵۵۵۰ فٹ = مجموعہ نصف قطر معدل اور ارتفاع کوہ الموڑہ ۲۰۸۹۰۵۴۷٫۰۴ نصف قطر معدل/نصف قطر معدل + ارتفاع کوہ الموڑہ = کوسائن ۰٫۹۹۹۷۳۴۴ = زاویہ ۰۵٫۱۴-۱۹-۱

تو نتیجہ نکلا کہ کوہ الموڑہ کے لیے افق حقیقی سے افق مرئی کا اتار ۰۵٫۱۴-۱۹-۱ ہے۔

علم ہیئت کی مشہور کتاب تصریح ص: ۳۰ میں درج ہے کہ حکیم ابن ہشیم نے اپنی کتاب المناظر میں بذریعہ برہان ہندسی یہ ثابت کیا ہے کہ اگر دیکھنے والے کی قامت ۳½ ذراع ہو تو فلک عالم کا وہ حصہ جو ظاہر ہے بہ نسبت اس حصہ کے جو خفی ہے ۴/دقیقہ ۲۶ ثانیہ بڑا ہوگا یعنی اس میں افق مرئی ۲/دقیقہ ۱۳ ثانیہ نیچے گرے گا۔

نوٹ:- ہم نے جو حساب لگایا تو پتہ چلا کہ محررہ رقم صحیح نہیں ہے۔

نصف قطر معدل ۱۳۹۲۷۰۳۱٫۳۶ ذراع + قامت انسانی ۳٫۵ ذراع مجموعہ نصف قطر اور قامت انسانی ۱۳۹۲۷۰۳۴٫۸۶ = نصف قطر معدل/نصف قطر معدل + قامت انسانی = کوسائن ۰٫۹۹۹۹۹۹۷۴۸ = زاویہ ۲۳٫۴۶-۲: نزول افق کا زاویہ ایک جانب ۶۳٫۴۶-۴ ہوگا تو دوسری

طرف بھی اتنا ہی ہوگا لہٰذا فلک کا ظاہر حصہ نصف حصہ سے زاویہ انحطاط کا دوگونا یعنی ۲۶-۵۲-۴ زائد ہوگا۔رہی یہ بات کہ ظاہر حصہ خفی حصہ سے کتنا زائد ہوگا تو یہ زاویہ انحطاط کا چوگنا یعنی ۹۲ء۴۴-۹ زائد ہوگا کمالا یخفی علی المتامل.

تصریح ص: ۳۰ کے حاشیہ میں اسی افق مرئی کے تعلق سے مرقوم ہے جس کا اردو ترجمہ حاضر ہے:

تو اس وقت افق مرئی افق حقیقی سے نیچے ہوگا لیکن قامت انسانی اس سے بھی قلیل تر ہو تو افق حقیقی پر منطبق ہو جائے گا لیکن اگر قامت انسانی اس سے بھی قلیل ترین ہو تو افق مرئی افق حقیقی کے اوپر پہنچ جائے گا۔

نوٹ: اگر کسی شخص کو سطح سمندر سے ۸۸ میل کی بلندی پر فرض کیا جائے تو جس وقت ہموار زمین پر غروب شفق احمر ہوگا یعنی عشائے شافعی کی ابتدا ہوگی تو اس وقت وہاں غروب آفتاب کا منظر ہوگا اور جب بجائے ۸۸ کے ۲۰۴ میل کی بلندی پر فرض کیا جائے تو جس وقت ہموار زمین پر غروب شفق ابیض ہوگا یعنی عشائے حنفی کی ابتدا ہوگی اس وقت وہاں غروب آفتاب کا منظر ہوگا۔

○ ○ ○